

EJERCICIOS TEMA 2: POLINOMIOS Matemáticas 4 ESO

1.- Suma y resta los siguientes polinomios:

$$A(x) = 3x^4 + 5x^3 - 6x + 2 \quad B(x) = 2x^4 + 15x^3 - 8 \quad \boxed{A(x) + B(x) = 5x^4 + 20x^3 - 6x - 6 \quad A(x) - B(x) = x^4 - 10x^3 - 6x + 10}$$

2.- Dados los polinomios: $A(x) = \frac{3}{5}x^3 - 21x$, $B(x) = -2x + \frac{1}{2}$ calcula $A(x) - 3B(x)$

3.- Multiplica los siguientes polinomios:

$$A(x) = \frac{2}{3}x^3 - 6x + 2 \quad \text{y} \quad B(x) = \frac{5}{2}x^2 + 15x - 8 \quad \boxed{A(x) \cdot B(x) = \frac{5}{3}x^5 + 10x^4 - \frac{61}{3}x^3 - 85x^2 + 78x - 16}$$

4.- Resuelve:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \left(-\frac{1}{4}h + \frac{1}{2}m\right)^2 &= \boxed{\frac{1}{16}h^2 - \frac{1}{4}hm + \frac{1}{4}m^2} \\ \text{b)} \quad (-5h + 3m)(-5h - 3m) &= \boxed{25h^2 - 9m^2} \end{aligned}$$

5.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$$\text{a)} \quad (x^5 + 35x - 7x^3) : (x^2 + 5) \quad \boxed{C(x) = x^3 - 12x; R(x) = 95x}$$

$$\text{b)} \quad (2x^5 + 4x^4 + 5x + 25) : (x^2 - 2x + 1) \quad \boxed{C(x) = 2x^3 + 8x^2 + 14x + 20; R(x) = 31x + 5}$$

6.- Calcula el cociente y el resto al dividir:

$$\text{a)} \quad (6x^4 - x^3 + 5x^2 + 3x - 14) : (2x^2 - 3x + 7) \quad \boxed{C(x) = 3x^2 + 4x - 2; R(x) = -31x}$$

$$\text{b)} \quad (x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 12x + 6) : (x^2 - x + 2) \quad \boxed{C(x) = x^2 - 4x + 5; R(x) = x - 4}$$

7.- Realiza la siguiente división: $(3x^5 + 8x^4 - 11x^2 - 3x + 6) : (3x^2 + 2x - 4) =$

8.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$$\left(-4x^5 + 4x^3 - 5x^2 + 6\right) : (x^2 - 3) \quad \left(-x^5 + 3x^2 - x + 1\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

9.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones mediante la regla de Ruffini:

$$\text{a)} \quad (x^4 - 5x^2 - 2x) : (x + 3) \quad \boxed{C(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 14; R(x) = 42}$$

$$\text{b)} \quad (-5x^2 + x^4 - 2x) : (x - 2) \quad \boxed{C(x) = x^3 + 2x^2 - x - 4; R(x) = -8}$$

$$\text{c)} \quad \left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right) : \left(x + \frac{7}{3}\right) \quad \boxed{C(x) = \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{9}x + \frac{347}{27}; R(x) = -\frac{2456}{81}}$$

10.- $P(x) = 6x^4 - 3x^3 - x + 4$, halla el valor numérico para $x = 0$; $x = -1$; $x = 2$ $\boxed{P(0) = 4; P(-1) = 14; P(2) = 74}$

11.- Sin realizar la división, calcula el resto de las siguientes operaciones:

$$(3x^5 + 4x^4 - 2x^3 + x - 1) : (x + 3) \quad \boxed{R = -355}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{2}{5}x^2 - \frac{5}{3}x + 1\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right) \quad \boxed{R = \frac{31}{240}}$$

12.- Sin realizar la división, calcula el resto de las siguientes operaciones:

$$\text{a)} \quad (x^9 - x^4) : (x + 1) \quad \boxed{R = -2}$$

b) $(x^6 - 3x^5 + 4x):(x+2)$) $\boxed{R = 152}$
 c) $(2x^5 - 3x^2 - 4x + 1):(x-3)$ $\boxed{R = 448}$

13.- Halla el valor de m en los polinomios siguientes sabiendo que:

a) $3x^2 - mx + 10$ es divisible por $x - 1$. $\boxed{m = 13}$
 b) $5x^4 + mx^3 + 2x - 3$ es divisible por $x + 1$ $\boxed{m = 0}$
 c) $3x^2 - mx + 10$ es divisible por $x - 5$. $\boxed{m = 17}$

14.- Calcula m para que en la división $x^4 - 2x^3 - mx^2 + 3$ entre $x + 2$ el resto sea 3.

15.- Halla el valor de k para que el resto de la división $(kx^4 + 2kx^3 - 2x + 1):(x - 1)$ sea 4 :

16.- Dado el polinomio: $P(x) = x^4 - 81x^2$

- a) ¿Cuántas raíces tiene?
 b) ¿Cuáles son?
 c) Factorízalo

17.- Factoriza los siguiente polinomios:

a) $P(x) = x^3 - x^2 - 4 =$

$\boxed{(x-2) \cdot (x^2 + x + 2)}$

b) $P(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1 =$

$\boxed{(x+1) \cdot (x^2 + x + 1)}$

c) $P(x) = 6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 =$

$\boxed{6(x+2) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)}$

d) $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 =$

$\boxed{2(x+1)(x-1)(x-2) \left(x - \frac{1}{2}\right)}$

e) $P(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

$\boxed{P(x) = (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x+3)}$

f) $Q(x) = 3x^3 - 12x^2 + 3x + 18$

$\boxed{Q(x) = 3 \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}$

g) $R(x) = 2x^3 + 18x^2 + 46x + 30$

$\boxed{R(x) = 2 \cdot (x+1) \cdot (x+3) \cdot (x+5)}$

h) $S(x) = x^3 - 2x^2 + x$

$\boxed{S(x) = x \cdot (x-1)^2}$

18.- Calcula y simplifica:

a) $\frac{3}{x} + \frac{2}{2x} - \frac{5x}{3} =$

$\boxed{\frac{-5x^2 + 12}{3x}}$

b) $\frac{5x}{x+2} - \frac{4}{x-1} + \frac{3}{x^2+x-2} =$

$\boxed{\frac{5x^2 - 9x - 5}{x^2 + x - 2}}$

c) $\frac{3}{x-1} + \frac{2}{x^2-1} =$

$\boxed{\frac{3x+5}{x^2-1}}$

d) $\frac{4x^2-9}{7x} \cdot \frac{3}{3-2x} \cdot \frac{14}{x} =$

$\boxed{\frac{-12x-18}{x^2}}$

e) $\frac{x^3-3x-2}{x^3-3x^2+4} =$

$\boxed{\frac{x+1}{x-2}}$

f) $\frac{3x^2+2x}{3x^4+2x^3} =$

$\boxed{\frac{1}{x^2}}$

$$g) \frac{x^2 + 5x + 6}{3x + 6} = \frac{x + 3}{3}$$

$$h) \frac{3x^3 - 9x^2 + 9x - 3}{9x^2 - 9} = \frac{(x-1)^2}{3(x+1)}$$

19.- Calcula y simplifica:

$$a) \frac{x+2}{x+1} + \frac{3x-2}{x+2} = \frac{4x^2 + 5x + 2}{x^2 + 3x + 2}$$

$$b) \frac{x-2}{x+1} + \frac{2x-3}{x^2-2x+1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{-3x^2 + 5x - 4}{(x+1) \cdot (x^2 - 2x + 1)}$$

$$c) \frac{3x}{x+2} + \frac{x^2}{x-1} - \frac{4x-1}{x^2+x-2} = \frac{x^2 + 6x - 1}{x+2}$$

$$d) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9} \cdot \frac{2x^2 - 18}{x^2 - 4} = \frac{2x + 6}{x + 2}$$

$$e) \frac{x^2 - 1}{x^2} : \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} = \frac{(x-1)^3}{x^2 \cdot (x+2)}$$

$$f) \frac{3x-2}{10x+4} \cdot \frac{5x+2}{x+1} = \frac{3x-2}{2x+2}$$

20.- Realiza las operaciones que se indican con las fracciones algebraicas, simplifica hasta obtener una fracción irreducible:

$$a) \frac{x^2 + x}{x+1} =$$

$$b) \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 4x^2 + 4x} =$$

$$c) \frac{x-1}{4x} + \frac{1}{12x^2} - \frac{5}{6x^3} =$$

$$d) \frac{x}{3(x-1)} + \frac{2}{(x-1)^2} =$$

$$e) \left(\frac{4x}{(x-1)^2} - \frac{4}{x-1} \right) : \frac{x}{x^2 - 1} =$$

$$g) \frac{x^2 + 4}{2x} + \frac{1-x}{3x^2} =$$

$$h) \frac{x^2 - 3x}{2x} : \frac{x^2 - 9}{3} =$$

$$i) \frac{3}{2x} + \frac{1}{x^3} - \frac{x+3}{3x^2} =$$

$$j) \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2 - 8} =$$

$$k) \frac{x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x}{2x^2 - 18} \cdot \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + x - 2} =$$

$$l) \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9} + \frac{2}{x-3} + \frac{1}{x^2 - 2x - 3} =$$

$$m) \left(\frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x^2 - 1} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x} \right) =$$

21.- Efectúa las siguientes operaciones con fracciones algebraicas y simplifica el resultado:

$$a) \frac{10x^2 - 10}{x^2 - 5x + 4} : \frac{5x^2 + 10x + 5}{x - 4} =$$

$$b) \frac{3x^2 - 75}{x^2 - 6x + 9} \cdot \frac{x^2 - 2x - 3}{3x + 15} =$$

$$c) \frac{3}{2x - 4} + \frac{1}{x + 2} - \frac{x + 10}{2x^2 - 8} =$$

$$d) \frac{1}{x^2 - x} + \frac{2x - 1}{x - 1} - \frac{3x - 1}{x} =$$

$$e) \frac{x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x}{2x^2 - 18} \cdot \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + x - 2} =$$

$$f) \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 2x - 15} : \frac{2x - 10}{x^2 - 25} =$$

$$g) \frac{1}{x + 2} - \frac{x + 10}{2x^2 - 8} =$$

$$h) \frac{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{x - 1} - \frac{x + 1}{x + 1} =$$

22.- Calcula y simplifica:

$$a) \frac{2x}{x - 1} + \frac{3x + 1}{x - 1} - \frac{1 - x}{x^2 - 1} = \boxed{\frac{5x^2 + 7x}{x^2 - 1}}$$

$$b) \frac{3}{2x - 4} + \frac{1}{x + 2} - \frac{x + 10}{2x^2 - 8} = \boxed{\frac{2}{x + 2}}$$

$$c) \left(\frac{1 + x}{1 - x} - \frac{1 - x}{1 + x} \right) \cdot \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4} - x \right) = \boxed{3}$$

$$d) \left(x + \frac{x}{x - 1} \right) : \left(x - \frac{x}{x - 1} \right) = \boxed{\frac{2}{x - 2}}$$

$$e) \left(\frac{2x - 8x^2}{16x^2 - 1} \cdot \frac{16x^2 + 1 + 8x}{6x} \right) : \frac{4x - 16x^2 + 2}{24x^2 - 12x} = \boxed{2x}$$

$$f) \frac{3a + 3}{12 - 12a} : \frac{(a + 1)^2}{a^2 - 1} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$